

Contribution à la réflexion de la Mission Maths dirigée par Charles Torossian et Cédric Villani

Jean-Pierre Demailly

Université Grenoble Alpes et Académie des Sciences

Président du GRIP (Groupe de Réflexion Interdisciplinaire sur les Programmes)

Texte transmis à la Mission Maths le 15 janvier 2018

1. Le constat d'une situation très fortement dégradée

L'enseignement des mathématiques en France souffre à l'heure actuelle d'un état de très grande dégradation. Si l'enquête internationale PISA a alerté le monde politique depuis une dizaine d'années environ, il convient de rappeler que la dégradation est beaucoup plus ancienne. Surtout, la gravité de la situation dépasse de loin le classement de la France en dessous de la moyenne européenne. En réalité, l'évaluation internationale PISA ne mesure que des connaissances ou compétences très basiques ; les résultats en seraient sans doute plus sévères encore pour notre pays si on s'avisait de comparer la performance des élèves français avec ceux des pays les plus performants (Chine, Corée, Taiwan, Japon...), sur des questions relevant d'une compréhension fine des mathématiques, telle qu'on peut l'espérer par exemple d'élèves susceptibles de se destiner aux sciences. La comparaison avec les pays européens est d'ailleurs assez trompeuse, car seuls quelques pays d'Europe de l'Est (Pologne, Roumanie, Hongrie, ...) ont encore un enseignement mathématique primaire et secondaire efficace.

En France, le déclin de la formation mathématique touche hélas l'université depuis longtemps. Une majorité d'étudiants souffre aujourd'hui de lacunes rédhibitoires, parfois sur des points qui auraient autrefois été considérés comme relevant de l'école primaire - raisonnements élémentaires, opérations arithmétiques. Pour cette génération sacrifiée, les lacunes accumulées rendent illusoire un quelconque enseignement des sciences de niveau supérieur. Il serait également trompeur d'imaginer que les "meilleurs" étudiants, ceux des classes préparatoires, échappent aux difficultés : les programmes de sciences des classes préparatoires ont eux aussi fortement régressé, et les documents émanant de divers représentants de l'UPS témoignent des graves lacunes touchant l'enseignement des sciences dans les C.P.G.E.

2. La nécessité d'une révision complète des programmes et, plus largement, des conditions de fonctionnement de l'école

Même si cela fait partie des sujets tabous que les responsables osent encore à peine évoquer, l'origine des difficultés est tout à fait identifiable. De manière générale, on observe une régression constante des programmes et des contenus au fil des réformes successives, opérées en général par les responsables du système éducatif au nom d'une volonté de démocratisation de l'enseignement ou d'accommodement aux attentes supposées de la société ; ces évolutions ont été menées le plus souvent dans un but de gestion des flux ou d'économies budgétaires, sans aucune considération pour le maintien de la qualité de l'offre éducative. Après la réforme des maths modernes de la fin des années 1960 qui avait un contenu et un objectif didactique réel (même si les abus du formalisme introduit ont entraîné son échec), on peut remonter au moins à la loi Haby de 1975, avec des étapes de

dégradation ultérieures également très marquées (réforme Chevènement de 1985, loi Jospin de 1989, réduction des horaires et réforme du lycée sous le ministère Darcos dans la période 2007-2009). De manière plus précise, on peut relever :

- des préconisations éducatives de l'institution parfois très inadaptées, notamment pour les enseignements fondamentaux (lecture/écriture, calcul).
- la quasi-disparition de pans indispensables de la formation (grammaire de phrase, nomenclature grammaticale, activité de rédaction écrite systématique en Français et dans l'enseignement du calcul et des sciences, pratique "à la main" des opérations arithmétiques ...)
- la réduction continue des horaires d'enseignement ; on est passé ainsi de 30 heures d'enseignement hebdomadaires à 24 heures hebdomadaires à l'école primaire
- le "mitage" du temps d'enseignement par des activités chronophages parfois très accessoires et pour lesquelles les enseignants ont peu de points d'ancrage (par exemple : histoire de l'art en primaire, travaux interdisciplinaires mal cadrés et d'une ambition excessive au collège et au lycée ...)
- la destructuration des riches liens qui pouvaient exister entre les disciplines d'enseignement - par exemple le lien math-physique, mais aussi, à l'école primaire, le lien entre l'expression orale ou écrite et le raisonnement.
- une insistance très abusive sur la "pédagogie de la découverte", demandant aux enfants de redécouvrir des savoir-faire qui ont parfois demandé des siècles de maturation et l'intervention des plus grands esprits. Le cours "magistral" a tout à fait sa place s'il est adapté aux niveau des élèves et s'accompagne de manière appropriée de résolution d'exercices et de problèmes d'application.
- le retard dans l'introduction de notions-clé et du vocabulaire permettant d'exprimer efficacement les concepts à étudier. Ainsi, les opérations arithmétiques, et notamment la division, sont enseignées aujourd'hui avec un grand retard ; dans le secondaire, il est frappant de constater que les manuels scolaires ont quasiment tous banni les "marqueurs" spécifiques permettant la structuration fondamentale de l'activité mathématique : définition, propriété, démonstration, théorème, lemme, corollaire ...

En conclusion, même si quelques évolutions favorables des conditions d'enseignement des mathématiques étaient envisagées, il serait illusoire de croire que l'on pourra remédier aux difficultés actuelles sans une remise à plat et une réhabilitation complète des programmes et des pratiques d'enseignement.

3. Nos préconisations

a) École primaire

L'école primaire est à l'évidence une étape cruciale de la scolarité d'un élève. Pour ce qui concerne les mathématiques, il convient d'y rétablir tout d'abord un enseignement

performant du calcul : même si l'activité mathématique ne se réduit pas au calcul, celui-ci en est un pilier essentiel, et ceci à tous les niveaux. On pourra s'appuyer sur les contenus d'enseignement qui avaient été ceux presque constants des programmes français de 1880 à 1960, fondés sur les analyses et les préconisations d'éminents éducateurs comme August Wilhelm Grube (1816-1884) en Allemagne et Ferdinand Buisson (1841-1932) en France.

Il s'agit du "calcul intuitif" : enseignement simultané des 4 opérations et de la numération dès le cours préparatoire, en exploitant le fait que le cerveau humain possède une perception intuitive des grandeurs. Il convient ainsi d'enseigner les opérations arithmétiques à la fois sur les nombres "abstraites" (cardinaux) et "concrets" (grandeurs exprimées par des nombres suivis d'unités). L'intérêt de cette approche est de faire d'emblée le lien avec la perception, et de donner un sens très riche aux opérations. En outre, le calcul peut de cette manière interagir assez directement avec les fondements des sciences physiques et des sciences d'observation. Les changements d'unité, par exemple, peuvent être reliés au cours de géographie, à l'occasion de la lecture des cartes et de la compréhension des échelles ; de même, la proportionnalité intervient dans beaucoup de lois de la nature, et la traditionnelle "règle de trois" est un moyen très expressif d'expliquer cette proportionnalité dans ce contexte.

Un tel enseignement a été mis en oeuvre de manière "expérimentale" de 2005 à aujourd'hui dans les classes SLECC ("Savoir Lire Ecrire Compter Calculer") sous l'égide du GRIP (Groupe de Réflexion Interdisciplinaire sur les Programmes). Les résultats élevés obtenus aux évaluations nationales par les élèves SLECC testés, dans une population scolaire a priori aléatoire, ont montré le bénéfice considérable que les élèves pouvaient en retirer : des connaissances plus avancées, bien mieux structurées et plus durables.

Bien entendu, et déjà à l'école primaire, l'enseignement du calcul ne va pas sans celui d'éléments de géométrie, qui doivent être enseignés en interaction avec le calcul : figures, aires, volumes, et aussi en lien avec les sciences physiques : temps, vitesses, densités, angles et repérage d'un point sur la Terre, etc. Des raisonnements mathématiques non triviaux peuvent même être abordés dès l'école primaire. Ainsi, certaines classes SLECC de cours moyen ont testé avec succès (c'est-à-dire avec compréhension réelle d'une majorité d'élèves) la preuve intuitive du fait que l'aire du disque est donnée par πR^2 , π étant défini comme rapport du périmètre d'un cercle à son diamètre.

b) Outils numériques et informatique

Nous pensons que les outils numériques n'ont leur place à l'école primaire qu'entre les mains des enseignants, comme outils d'illustration et de présentation. L'omniprésence des appareils électroniques a d'ailleurs comme conséquence que la plupart des élèves apprennent très jeunes à les manipuler hors de l'école. Il est donc inutile et même potentiellement nuisible (hors situation particulière d'élèves souffrant de handicaps et dont le travail peut être facilité par des dispositifs électroniques spécifiques) que celle-ci gaspille le temps précieux qui lui reste pour de telles activités, qui pourraient être laissées entièrement facultatives et à l'appréciation des maîtres, au cas par cas. L'usage trop précoce des calculettes s'avère être très handicapant pour l'acquisition des mécanismes du calcul, et doit donc être découragé tant que ceux-ci ne sont pas installés.

Il convient surtout de distinguer soigneusement "informatique" et "numérique". L'informatique ne se réduit nullement à l'usage d'outils numériques, de même qu'il n'y a à peu près aucun rapport entre la conduite des véhicules automobiles et la compréhension de la thermodynamique des moteurs thermiques. L'objectif du lycée, au moins dans les séries scientifiques, devrait être de faire acquérir aux élèves quelques notions de base d'informatique et de programmation : structure et traitement des données au moyen de quelques algorithmes fondamentaux, en relation avec la logique, la numération (base 2, algèbre de Boole) et la combinatoire (récursivité, récurrence, ...). Comme Roberto di Cosmo l'a souligné, ceci peut (et doit même !) être fait en partie sans instruments de calcul, en lien avec le cours de mathématiques (cf. "Computer Science Unplugged"), même si l'implémentation effective sur ordinateur peut ensuite paraître souhaitable. Cet objectif ne pourra pas être atteint sans une réhabilitation des programmes de mathématiques du collège et du lycée.

c) Enseignement secondaire

La situation est tellement dégradée qu'aucune réforme ne pourra d'emblée rétablir un enseignement satisfaisant des mathématiques sans procéder par des phases de réhabilitation successives. Dans un premier temps, il conviendra probablement de consacrer une partie du temps disponible au collège à faire ce qui aurait dû être fait à l'école primaire, et qui a été outrageusement négligé dans les programmes subis par les élèves !

A plus long terme, on doit bien sûr viser pour le collège un solide approfondissement du calcul et de la géométrie : introduction du calcul algébrique (polynômes, fractions rationnelles d'une variable), éléments plus substantiels de géométrie plane et de géométrie dans l'espace, notion de vecteur, combinatoire élémentaire. Surtout, il convient de former les élèves au raisonnement, qui constitue le coeur de l'activité mathématique. Le langage ensembliste, universellement adopté aujourd'hui, doit être introduit dès ce niveau, de même que les notions de graphe et de fonction (dans des cas très simples, comme par exemple les fonctions linéaires et affines, la fonction inverse, les fonctions en escalier et les diagrammes en bâtons ...)

Au lycée, dans la voie scientifique, l'objectif devrait être l'acquisition des techniques de base de l'analyse et du calcul différentiel (dérivation, intégration, équations différentielles simples), de notions plus élaborées de géométrie : algèbre linéaire en petite dimension, fonctions vectorielles, barycentres, nombres complexes, combinatoire et probabilités discrètes. Tout ceci devrait se faire en ayant à l'esprit la riche interaction qui peut (et doit !) exister avec les sciences physiques, sans nécessairement chercher à y impliquer des notions trop avancées de physique ; les applications à la mécanique du point ou aux lois de base de l'électricité et de l'optique peuvent très largement suffire - une contextualisation excessive et des activités de modélisation mal ciblées peuvent rapidement aboutir à des questions trop complexes à résoudre pour des élèves du secondaire ...

d) Gestion de l'hétérogénéité - nécessité de s'adapter au public scolaire

L'école primaire doit apporter aux élèves les savoirs les plus fondamentaux, et un enseignement commun à tous s'impose. L'inévitable hétérogénéité des élèves peut se gérer en laissant éventuellement les élèves plus précoces avancer plus vite, et en donnant au

contraire plus de temps à ceux qui ont des difficultés. Dans la mesure du possible, les redoublements doivent s'accompagner d'une démarche d'approfondissement au delà de la simple répétition des notions à étudier - des parties de programmes pourraient ainsi être faites "en chevauchement".

A partir du collège, les attentes et les besoins des élèves vont graduellement diverger. Si une hétérogénéité raisonnable des classes est souhaitable, des différences de niveaux trop grandes peuvent vite rendre les classes ingérables, surtout dans une discipline "très verticale" comme les mathématiques où les notions s'enchaînent les unes aux autres. Si on veut éviter le nivellement par le bas, il convient d'offrir un choix suffisant de programmes de mathématiques différenciés en fonction des objectifs et des capacités des élèves.

Il convient d'en tenir compte en organisant par exemple dès le collège des programmes spécifiques pour les élèves en difficulté qui ont perdu pied et qui n'auraient aucune possibilité de pouvoir de raccrocher aux programmes standards – les heures de soutien éparpillées dans les emplois du temps sont peu efficaces (à moins que soient mis en place des moyens très coûteux de soutien individuel...). De même qu'il serait inefficace d'envisager un enseignement des langues vivantes en mélangeant des élèves avancés avec d'autres qui peinent à annoncer quelques mots, il convient en mathématiques de proposer un enseignement différent et plus concret aux élèves qui n'ont pas d'inclinaison pour une présentation plus abstraite des mathématiques.

A fortiori, au lycée d'enseignement général, nous pensons qu'il est encore davantage nécessaire d'en revenir, comme cela a été le cas avant 1970, à une panoplie suffisante de séries différenciées susceptibles de répondre aux attentes des élèves.

La remise en place de séries scientifiques avec des colorations diverses (économie, biologie, math-physique, math-informatique, ingénierie et technologie) aurait l'avantage de permettre une différenciation et une optimisation des programmes en fonction des objectifs des élèves, sans faire apparaître comme aujourd'hui une unique série S devenue une voie de "Sélection" plutôt qu'une voie "Scientifique" ...